

2021-2022 учебный год



МАТЕМАТИКА

ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

Максимальное количество баллов за задания:

Задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Сумма
Количество баллов	с	2	2	2	3	4	3	3	3	4	4	4	36

Все оценки должны быть целыми числами, дробные оценки не допускаются!

ОТВЕТЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ПРОВЕРКИ

1. **Нечётно** – 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. Предположим, что за каждый выбранный курс ученик получает жетон. Посчитаем количество жетонов двумя разными способами. С одной стороны, каждый из 7 курсов даёт нечётное число жетонов, а сумма 7 нечётных чисел нечётна. С другой стороны, посчитаем количество жетонов по ученикам. У каждого ученика нечётное число жетонов, и, чтобы сумма была нечётной, нужно нечётное число учеников.

2. **606 мм** – 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. Всего будет 49 стыков по 6 мм + 48 промежутков по 6 мм внутри некрайних звеньев + два по краям по 12 мм.

3. **Число 6** – 2 балла за правильный ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. Общая сумма всех чисел на гранях равна 21. Поскольку в первый раз на боковых гранях выпало 12 очков, на верхней и нижней гранях в сумме должно быть 9 очков. Эту величину можно представить в виде $6 + 3$ или $4 + 5$. Итак, мы знаем, что на двух противоположных гранях написаны либо 3 и 6 очков, либо 4 и 5 очков. Во второй раз на боковых гранях выпало 15 очков. Это означает, что на верхней и нижней гранях в сумме 6 очков и возможны комбинации $1 + 5$ или $2 + 4$. Однако обе эти комбинации делают невозможным существование сочетания $4 + 5$. Следовательно, остаётся случай, когда на двух противоположных гранях написано 3 и 6.

4. **8 или 9** – по 1 баллу за каждый ответ. Максимально 2 балла

Комментарий. Выпишем двузначные числа, делящиеся на 17 или 23: 92, 23, 34, 46, 69, 68, 85, 51, 17. Тогда есть цикл 92346, который повторяется 200 раз и потом может быть либо 8, либо 9.

5. **3 балла за правильный обоснованный ответ. Максимально 3 балла**

Не может. Предположим, что сумма для каждой вершины равна X . Тогда число $4X$ – это удвоенная сумма всех чисел (каждое число относится к двум вершинам, и мы учли его два раза). Отсюда $4X = 42$, что невозможно.

6. **28** пакетиков – 4 балла за правильный ответ. Максимально 4 балла

Комментарий. Пусть в коробке X пакетиков. Поскольку Таня заварила 57 чашек и использовала каждый пакетик как минимум дважды, получаем, что $2X \leq 57$, а значит, $X \leq 28$. С другой стороны, Ваня использовал каждый пакет самое большее трижды, поэтому $3X \geq 83$, а значит, $X \geq 28$. Таким образом, в коробке 28 пакетиков.

7. **20** долларов – 3 балла за правильный ответ. Максимально 3 балла

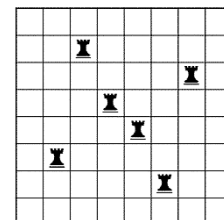
Комментарий. Пусть пирог стоит X долларов. Тогда по условию сумма в 10-долларовых банкнотах у миссис Смит равна $4X - 60$. Сумма в 20-долларовых банкнотах равна $5X - 60$. Общая сумма в 10-долларовых и 20-долларовых банкнотах равна $6X - 60$. Однако сумма первых двух величин равна третьей, так что получаем уравнение: $6X - 60 = 5X - 60 + 4X - 60$. Следовательно, $6X = 9X - 60$, $3X = 60$, $X = 20$.

8. 3 балла за правильный обоснованный ответ. За ответ без обоснования ставить 0 балл.
Максимально 3 балла

Не может. Инвариант: общее количество объектов никогда не может делиться на три. В самом деле, фокусник начинает с 1 объекта, а при каждом фокусе общее количество увеличивается на 3.

9. 3 балла за правильный ответ с примером. Максимально 3 балла

Да, могут. Пример показан на рисунке. Легко видеть, что ладьи атакуют все поля, кроме 4 угловых. Однако на любом из них конь будет атаковать одну из ладей.



10. 4 балла за правильный обоснованный ответ. Максимально 4 балла

Не могут. Четыре шахматиста в партиях между собой набирают 6 очков. Против остальных 11 игроков они проводят $4 \cdot 11 = 44$ партии и, следовательно, всего набирают не больше $6 + 44 = 50$ очков. С другой стороны, 11 игроков только в играх между собой набирают $11 \cdot 10 : 2 = 55$ очков. Значит, такое невозможно.

11. 4 балла за правильный обоснованный ответ. Максимально 4 балла

Предположим, что никакие прямоугольники не равны. Перенумеруем их от наименьшего к наибольшему. Не может быть более одного прямоугольника с площадью 1, 2, 3, 5, 7, так как для указанных чисел есть только один способ разложения на множители. Не может быть более двух различных прямоугольников с площадью 4, 6, 8, так как для каждого из этих чисел возможны только два разложения на множители. Например, прямоугольник с площадью 4 может быть только 1×4 или 2×2 . Следовательно, общая площадь десяти прямоугольников должна быть не менее $1 + 2 + 3 + 4 + 4 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8 = 46$, а площадь прямоугольника $5 \times 9 = 45$. Противоречие.

12. **Барон** – 4 балла за правильный ответ. Максимально 4 балла

Комментарий. Каждый придворный, кроме последнего выжившего (барона Апельсина) и первой жертвы, один раз победил и один раз был убит. Поэтому все придворные образуют цепочку от барона Апельсина до первого убитого. Титулы в этой цепочке идут в строго определённом порядке: барон, герцог, граф, барон и т.д. Каждый третий в этой цепочке – граф, поэтому 99-й с конца – граф. Он мог убить только барона, поэтому 100-й элемент с конца (т.е. первый с начала) – барон.